

## О ПРОЦЕССЕ «ДОКАЗАТЕЛЬСТВО» В ОБУЧЕНИИ

*Джуракулов Р.*

*доцент Андижанского института сельского  
хозяйства и агротехнологии, к.ф.-м.н.*

*Тошпулатов Д.Ш.*

*доцент Андижанского института сельского хозяйства и агротехнологии, к.э.н.*

*Received 4<sup>th</sup> Feb 2023, Accepted 6<sup>th</sup> Mar 2023, Online 5<sup>th</sup> Apr 2023*

**Abstract:** *Статья посвящается актуальным вопросам обучения математики. В нем речь идёт о «Чистом» и «Прикладном математике», об их ролей в математическом образовании и в том числе о смысле понятия «доказательство».*

**Key words:** *Математическое образование, чистая математика, прикладная математика, доказательство, аксиоматический подход, простота.*

Из источников известно, что начиная с VI века до нашей эры у греков началось формироваться осмысление окружающего мира.

«Природа течет (движется) по точному и постоянному плану» - уже считали они. И одним из первых начали понимать миру рационально убедиться, что математикой необходимо заниматься серьёзно [1].

Бесспорно, что математическое образование также в постоянном развитии параллельно с математическими науками. Поэтому методологические аспекты проблемы математического образования занимает место в центре внимания педагогов и также ученых. И в школах, и в высших учебных заведениях вопрос об эффективном обучении и преподавании математики остается и будет оставаться все более и более актуальным.

В настоящее время много богатых книг и других источников авторами, которых являются замечательными учеными – педагогами, см. напр. [1-5], а также [6-8]. И здесь, в настоящей скромной работе мы тоже в духе творческого подхода к ценным мыслям этих ученых и опираясь на свои опыты хотим поделиться с некоторыми своими взглядами по вопросам обучения.

Знаем, что стиль обучения в преподавании является важным инструментом процесса. Одни считают, что вместо формальных доказательств на практике необходимо опираться на опыт, на интуитивные основы понимания. Но возражают, что на практике доминирует абстрактный подход. В университетах это естественно. Действительно, в свое время появились сторонники преподавания в «духе» так называемой «группы Н. Бурбаки», т.е. наблюдалось усиление интереса к построению курсов на «структурной» основе. Это означает, что построение курса или науки основывается на аксиоматику, а не на содержания предмета. А на научном плане сопротивляться к этому положению нелегко, конечно. Но, педагоги не согласны с этим и считают, что такой подход с точки зрения педагогики приведет «к нищете» в образовании.

Действительно, с одной стороны такой подход не только полезен, но и необходим для студентов университета. Но с другой стороны такая методика мешает профессиональному развитию учеников.

Здесь вспомним о некоторых сведениях об этой группе.

В первой половине XX века во Франции собралась группа молодых, талантливых математиков (по некоторым источникам: «цветы математиков Франции») и поставили перед собой задачу:

Упорядочить (т.е. привести в порядок) математические знания. Изложить весь материал строго на структурно-аксиоматической основе. И начали выпускать монографии под псевдонимом «Н.Бурбаки».

Ради справедливости отметим, что работа этой группы – историческая заслуга.

Надо признать, что последователи обоих направлений правы, в этом нет сомнений. Однако важно, то что применять какой стиль где и в какой области. Например, при поднесении новых понятия в начальной стадии учебного процесса будет приоритетным особенности таких как естественность, интуитивное восприятие, связь с практикой и главное «простота» при изложении материала.

Представим себе, что ученику или студенту нематематических направлений преподнести новое понятие, тем более в начале процесса в духе «чистой математики», т.е. например, в следующем варианте, очевидно нецелесообразно.

**Тема. Арифметические действия.**

Сложение. Суммой двух дробей

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

называется число

$$\frac{ad + bc}{bd},$$

т.е.

$$+ \left( \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \right) \Rightarrow \frac{ad + bc}{bd}.$$

Умножение. Произведением двух чисел

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}.$$

называется число следующего вида

$$\cdot \left( \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \right) \Rightarrow \frac{ac}{bd}.$$

Деление. Отношение двух чисел

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$$

определяются как обратное действие к умножению, т.е.

$$\div \left( \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \right) \Rightarrow \frac{ad}{bc}.$$

Важно также умение вызвать интерес учеников к предмету. В этом смысле прав Д. Пойа: «Мы должны показать нашим ученикам красоту математики» [3].

Не игнорируя значение «доказательства» следует отметить, что в начале процесса учителю приходится активно использовать наглядные пособия. Но, с другой стороны нельзя забывать, что «доказательство» является основой построения математики. Иначе, говоря основы математики формируется только «доказательством».

Поэтому преподаватель должен позаботиться о том, чтобы у учеников формировалось умение, навык «доказать».

Из источников известно, что слово «доказательство» первый раз упоминается в «Начале» Евклида.

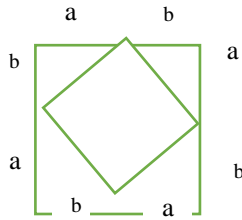
С этой целью ниже приведём простейшие примеры, которые могут быть полезными при восприятии сути «доказательство».

Теорема Пифагора. Сумма квадратов катетов прямоугольного треугольника равна квадрату гипотенузы .

Источники сообщают об около 200 разных доказательств этой теоремы.

Рассмотрим один из самых простых из этих.

Для того, чтобы доказать теорему вычислим площадь квадрата двумя способами и затем будем их приравнивать.



$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2 = 2ab + c^2;$$

$$S = (a + b)^2;$$

$$(a + b)^2 = 2ab + c^2,$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

#### О нулевой степени действительного числа

Теорема. Нулевая степень произвольного действительного числа равна единице, т.е.

$$a^0 = 1, (a \neq 0).$$

Доказательство. Если в следующем равенстве

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

положим  $n = m$ , то имеем

$$1 = a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$$

и очевидно, что  $a^0 = 1$ .

#### О разности квадратов двух чисел.

Сначала предложим ученикам быстро вычислить  $101 \cdot 99$ . Затем рассмотреть основную формулу

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$$

т.е.

$$101 \cdot 99 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999.$$

#### О сумме членов арифметической прогрессии.

Известен факт о том, как ученик Гаусс нашёл простейший способ задачи предложенной со стороны своего учителя.

Рассмотрим простой вариант этой задачи, которая несомненно вызывает интерес учеников.

Доказать:

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 = 5050.$$

Доказательство:

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$S_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1.$$

После сложения, имеем

$$2S_{100} = 101 \cdot 100 = 10100, \quad S_{100} = 5050.$$

Далее в месте с учениками можно вывести общую формулу для суммы членов прогрессии.

Следующий пример также интересен со своей особенностью.

Об одном замечательном ряде.

Следующий ряд в некоторых источниках, например, см [1], называется даже «сатанинской серией» (т.е. рядом):

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

Действительно, перепишем его и имеем

$$S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0,$$

$$S = 1 + (1 - 1) - (1 - 1) - (1 - 1) - \dots = 1.$$

Очевидно, что ученики сами будут искать причины ошибки.

В заключении обратим внимание молодых учителей на то, что «Главной задачей математики является учить учеников умению искать оптимальные способы, методов решения примеров, задач и проблем».

Читатель может ознакомиться с дополнительными материалами, из например, источников [1-8].

### Литература

1. М.Клайн «Математика». Поиск истины. М.1988.
2. Б.В.Гнеденко. «Математика». Сб. научно-методических статей. М.1974.
3. Д.Пойа. «Математическое открытие». М-1970.
4. Н.Н.Моисеев. Математика ставит эксперимент. М.1979.
5. Ф.Д.Гахов. О преподавании математики в университетах. Сб. Математика. М., 1974.
6. Р.Джуракулов, Р.Умаров. «Об обучении в преподавании: простота и доступность, Республика Беларусь, ГГАУ, 2021-1-8-111».

7. Р.Джуракулов, Р.Умаров. «Преподавание – это искусство». Экономика и социум. № 11, Ноябрь, 2021.
8. R Jo‘raqulov, D Sh Toshpo‘latov (2021). [Matematika fanini o‘qitishda ajdodlar merosi](#). *Academic research in educational sciences*, 2(6). 287-292.
9. SA Akbarov, D Sh Toshpo‘latov, R Jo‘raqulov. (2021). [Matematik ta’lim: o‘qitishda innovatsion usullar](#) 2 (7), 103-111
10. R Jo‘raqulov, DS Toshpo‘latov. (2022). [Sonli to‘plamlarni kengaytirish masalasi: kompleks sonlar - o‘qitish](#). *Academic research in educational sciences*. 3 (3), 800-804
11. Resolution No. 38 of January 26, 2021 of the Cabinet of Ministers
12. Law of the Republic of Uzbekistan "On Accounting" (new edition). April 13, 2016. #404.
13. National accounting standards of the Republic of Uzbekistan. Collection. - Tashkent, "NORMA", 2018.
14. Международные стандарты финансовой отчетности: Издание на русском языке. – М.: «АСКЕРИ-АССА», 2016.
15. Алексеева Г.И. Особенности первого применения Международных стандартов финансовой отчетности // Международный бухгалтерский учет. 2014. № 39. С. 2–14.
16. Валинурова А.А., Гусева А.А. Оценка перспектив применения МСФО для малого и среднего бизнеса в России // Бухгалтерский учет в издательстве и полиграфии. 2014. № 1. С. 30–37.
17. Вахорина М.В. Особенности формирования учетной информации в соответствии с Международными стандартами финансовой отчетности / Все для бухгалтера. 2014. № 4 С. 20–26.
18. Мамажонов, А. Т. (2022). ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОВЕДЕНИЯ МАРЖИНАЛЬНОГО АНАЛИЗА В ХОЗЯЙСТВУЮЩИХ СУБЪЕКТАХ. *Models and methods in modern science*, 1(10), 4-8.
19. Mamazonov, A. T., & Nosilov, A. A. (2023). *Замонавий Таълим Ва Инновацион Технологиялар Соҳасидаги Илғор Хорижий Тажрибалар: Кейс-Стади*. *Academic Integrity and Lifelong Learning*, 29-32.
20. Mamazonov, A. T. (2020). Conceptual issues of accounting for finished goods in the automotive industry. *ISJ Theoretical & Applied Science*.

21. Юлдашев, Б. Т., Мамажонов, А. Т., Фозилжонов, И. С., & Одилов, Ш. Х. (2016). ОРГАНИЗАЦИЯ АУДИТА НЕМАТЕРИАЛЬНЫХ АКТИВОВ. Экономика, социология и право, (6), 44-46.
22. Мамажонов, А. Т., Юлдашев, Б., & Фозилжонов, И. С. (2016). ВЗАИМОСВЯЗЬ БУХГАЛТЕРСКОГО УЧЕТА И ЭКОНОМИКИ ПРЕДПРИЯТИЯ. ИННОВАЦИОННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ: теория и практика, (6), 17-21.
23. Мамажонов, А. Т., Фозилжонов, И. С., Хакимов, Ш. Т., & Исамов, С. М. (2016). Методика формирования затрат и распределения прибыли в фермерском хозяйстве в Узбекистане. Высшая школа, (1), 9-11.
24. Мамажанов, А. Т. (2012). Фермер хўжаликларида ишлаб чиқариш харажатлари таҳлилини ахборот манбаси масалалари. Экономика и финансы (Узбекистан), (5), 68-73.
25. Мамажонов, А. Т., Юлдашев, Б. Т., Фозилжонов, И. С., & Эркинбоев, М. Р. (2016). Вопросы оценки нематериальных активов и их классификация. Экономика, социология и право, (6), 22-26