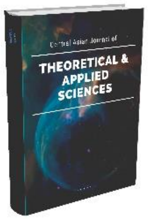

CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED SCIENCES

Volume: 04 Issue: 12 | Dec 2023 ISSN: 2660-5317
https://cajotas.centralasianstudies.org

ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСШИРЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ОДНОПОРОЖДЕННЫХ ТЕРМИНАЛЬНЫХ АЛГЕБР

Mamadaliyev Uktamjon

Namangan State University, Uychi Street, 316, Namangan 160119, Uzbekistan

e-mail: mamadaliyevuktamjon@mail.ru

Sattarov Aloberdi Mo‘minjon o‘g‘li

“University of Business and Science”

e-mail: saloberdi90@mail.ru

Received 24th Nov 2023, Accepted 3rd Dec 2023, Online 17th Dec 2023

Аннотация: *Данная работа посвящена алгебраической классификации однопорожденных пятимерных нильпотентных терминальных алгебр. Отметим, что класс терминальных алгебр включает все алгебры Ли, все левые алгебры Лейбница. При классификации пятимерных нильпотентных терминальных алгебр приведем не Лейбницевы алгебры. Такие алгебры получаются расширением трехмерных и четырехмерных однопорожденных терминальных алгебр.*

Ключевые слова: *двумерные и трехмерные однопорожденные нильпотентные терминальных алгебр, автоморфизм*

Пусть A терминальная алгебра с базисом $e_1, e_2, \ldots, e_n$ тогда через Δ_{ij} обозначим билинейную форму $\Delta_{ij} : A \times A \to \mathbb{C}$ где $\Delta_{ij}(e_l, e_m) = \delta_{il}\,\delta_{jm}$. Множество $\{\Delta_{ij} : 1 \leq i, j \leq n\}$ является базисом линейного пространства билинейные формы на A, следовательно $\theta \in Z^2(A, V)$ можно однозначно записать как

$$\theta = \sum_{1 \leq i, j \leq n} c_{ij}\Delta_{ij}, \text{ где } c_{ij} \in \mathbb{C}.$$

Заметим, что двумерные и трехмерные однопорожденные нильпотентные терминальные алгебры изоморфны следующим:

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

$$\mathrm{T}_{01}^{2}: e_1e_1 = e_2,$$

$$\mathrm{T}_{01}^{3}: e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,$$

$$\mathrm{T}_{02}^{3}(\lambda): e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3,\ e_2e_1 = e_3.$$

В следующей таблице даем описание групп автоморфизмов и вторые группы когомологий 3-мерных однопорожденных нильпотентных терминальных алгебр.

A	$\mathrm{Aut}(\mathrm{A})$	$\mathrm{Z}_T^2(\mathrm{A})$	$\mathrm{H}_T^2(\mathrm{A})$
T_{01}^{3}	$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ y & x^2 & 0 \\ z & xy & x^3 \end{pmatrix}$	$\left\langle \Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13}, \Delta_{21}, \Delta_{22} - 3\Delta_{31} \right\rangle$	$\left\langle [\Delta_{13}],[\Delta_{21}],\Delta_{22}] - 3[\Delta_{31}] \right\rangle$
$\mathrm{T}_{02}^{3}(\lambda)_{\lambda\neq 0}$	$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ y & x^2 & 0 \\ z & (\lambda+1)xy & x^3 \end{pmatrix}$	$\left\langle \Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13} + \Delta_{22}, \Delta_{21}, \frac{1-\lambda}{3}\Delta_{22} + \Delta_{31} \right\rangle$	$\left\langle [\Delta_{12}],[\Delta_{13}] + [\Delta_{22}], \frac{1-\lambda}{3}[\Delta_{22}] + [\Delta_{31}] \right\rangle$
$\mathrm{T}_{02}^{3}(0)$	$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ y & x^2 & 0 \\ z & xy & x^3 \end{pmatrix}$	$\left\langle \Delta_{11}, \Delta_{12}, \Delta_{13} + \Delta_{22}, \Delta_{21}, \frac{1}{3}\Delta_{22} + \Delta_{31}, \Delta_{23} \right\rangle$	$\left\langle [\Delta_{12}],[\Delta_{13}] + [\Delta_{22}], \frac{1}{3}[\Delta_{22}] + [\Delta_{31}],[\Delta_{23}] \right\rangle$

В следующей теореме приведем классификацию 4-мерных комплексных однопорожденных нильпотентных терминальных алгебр.

Теорема 1. *Пусть* **A** *комплексная четырехмерная однопорожденная нильпотентная терминальная алгебра. Тогда* **A** *изоморфна одной из следующих попарно неизоморфных алгебр*:

T_{01}^{4}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_4,\ e_2e_1 = e_3,$

$\mathrm{T}_{02}^{4}(\alpha)$: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = \alpha e_4,\ e_2e_2 = e_4,\ e_3e_1 = -3e_4,$

T_{03}^{4}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = e_4,$

T_{04}^{4}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = e_4,\ e_2e_1 = e_4,$

© 2023, CAJOTAS, Central Asian Studies, All Rights Reserved

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

$\mathrm{T}_{05}^4(\lambda,\alpha)$: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3,\ e_1e_3 = \alpha e_4,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_2 = (\alpha + \frac{1-\lambda}{3})e_4,\ e_3e_1 = e_4,$

$\mathrm{T}_{06}^4(\lambda)$: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3 + e_4,\ e_1e_3 = \frac{2\lambda^2+5\lambda-1}{6}e_4,\ e_2e_1 = e_3,$

$\quad e_2e_2 = \frac{(2\lambda+1)(\lambda+1)}{6}e_4,\ e_3e_1 = e_4,$

$\mathrm{T}_{07}^4(\lambda)$: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3,\ e_1e_3 = e_4,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_2 = e_4,$

T_{08}^4: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_3 = e_4,$

T_{09}^4: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_4,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_3 = e_4,$

$\mathrm{T}_{10}^4(\alpha)$: $\quad e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \alpha e_4,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_2 = \frac{1}{3}e_4,\ e_2e_3 = e_4,\ e_3e_1 = e_4.$

Доказательство. Поскольку двумерная алгебра T_{01}^2 имеет простую структуру, то ее двумерное центральное расширение дает следующую четырехмерную терминальную алгебру:

$$\mathrm{T}_{01}^4 : e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_4,\ e_2e_1 = e_3.$$

Рассмотрим центральное расширение T_{01}^3 и обозначим

$$C_1 = [\Delta_{13}],\qquad C_2 = [\Delta_{21}],\qquad C_3 = [\Delta_{22}] - 3[\Delta_{31}].$$

Берем $\theta = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i C_i \in H_T^2(\mathrm{T}_{01}^3).$ Группа автоморфизмов состоит из обратимых матриц вида

$$\varphi = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ y & x^2 & 0 \\ z & xy & x^3 \end{pmatrix} \in \mathrm{Aut}(\mathrm{T}_{01}^3).$$

Поскольку

$$\varphi^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_3 & 0 \\ -3\alpha_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \varphi = \begin{pmatrix} \alpha^* & \alpha^{**} & \alpha_1^* \\ \alpha_2^* & \alpha_3^* & 0 \\ -3\alpha_3^* & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

где $\quad \alpha_1^* = x^4\alpha_1,\qquad \alpha_2^* = x^2(x\alpha_2 - 2y\alpha_3),\qquad \alpha_3^* = x^4\alpha_3.$

Далее имеем следующие случаи:

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Случай 1. Пусть $\alpha_3 \neq 0$, то выбрав $y = \dfrac{x\alpha_2}{2\alpha_3}$, имеем орбиту $\langle \alpha C_1 + C_3 \rangle$ и получаем алгебру $\mathrm{T}_{02}^{4}(\alpha)$.

Случай 2. Пусть $\alpha_3 = 0$, тогда $\alpha_1 \neq 0$, и получаем орбиты $\langle C_1 \rangle$ и $\langle C_1 + C_2 \rangle$ зависящиеся от $\alpha_2 = 0$ или нет. Таким образом получаем алгебры T_{03}^{4}, T_{04}^{4}.

Теперь находим расширение алгебры $\mathrm{T}_{02}^{3}(\lambda)_{\lambda \neq 0}$. Обозначим

$$C_1 = [\Delta_{12}],\ C_2 = [\Delta_{13}] + [\Delta_{22}],\ C_3 = \frac{1-\lambda}{3}[\Delta_{22}] + [\Delta_{31}].$$

Берем $\theta = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i C_i \in \mathrm{H}_T^2(\mathrm{T}_{02}^{3}(\lambda))$. Так как группа автоморфизмов данной алгебры состоит из обратимых матриц вида

$$\varphi = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ y & x^2 & 0 \\ z & (\lambda+1)xy & x^3 \end{pmatrix} \in \mathrm{Aut}(\mathrm{T}_{01}^{3}),$$

то имеем

$$\varphi^T \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & \alpha_2 + \frac{1-\lambda}{3}\alpha_3 & 0 \\ \alpha_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \varphi = \begin{pmatrix} \alpha^* & \alpha_1^* + \lambda\alpha^{**} & \alpha_2^* \\ \alpha^{**} & \alpha_2^* + \frac{1-\lambda}{3}\alpha_3^* & 0 \\ \alpha_3^* & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где

$$\alpha_1^* = x^3\alpha_1 + x^2 y\left(2\alpha_2 - \frac{2\lambda^2 + 5\lambda - 1}{3}\alpha_3\right), \quad \alpha_2^* = x^4\alpha_2, \quad \alpha_3^* = x^4\alpha_3.$$

Случай 1. Пусть $\alpha_3 \neq 0$.

(a) если $\alpha_2 \neq \dfrac{2\lambda^2 + 5\lambda - 1}{6}\alpha_3$, тогда выбирая $y = \dfrac{3x\alpha_1}{6\alpha_2 - (2\lambda^2 + 5\lambda - 1)\alpha_3}$ получим орбиту $\langle \alpha C_2 + C_3 \rangle$ и получаем алгебру $\mathrm{T}_{05}^{4}(\lambda, \alpha)$.

© 2023, CAJOTAS, Central Asian Studies, All Rights Reserved

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

(b) если $\alpha_2 = \frac{2\lambda^2+5\lambda-1}{6}\alpha_3,$ то имеем $\left\langle \frac{2\lambda^2+5\lambda-1}{6}C_2+C_3\right\rangle$, $\left\langle C_1+\frac{2\lambda^2+5\lambda-1}{6}C_2+C_3\right\rangle$ и получаем алгебры $\mathbf{T}_{05}^4\left(\lambda,\frac{2\lambda^2+5\lambda-1}{6}\right),\ \mathbf{T}_{06}^4(\lambda)$ зависящиеся от $\alpha_1=0$ или нет.

Случай 2. Пусть $\alpha_3 = 0$, тогда $\alpha_2 \neq 0$, и выбирая $y=-\frac{x\alpha_1}{2\alpha_2}$ получим орбиту $\langle C_2\rangle$ и получаем алгебру $\mathbf{T}_{07}^4(\lambda)$.

Далее рассмотрим центральное расширение $\mathbf{T}_{02}^3(0)$ и обозначим:

$$C_1=[\Delta_{12}],\ C_2=[\Delta_{13}]+[\Delta_{22}],\ C_3=\frac{1}{3}[\Delta_{22}]+[\Delta_{31}],\ C_4=[\Delta_{23}].$$

Берем $\theta=\sum_{i=1}^{4}\alpha_i C_i \in H_T^2(\mathbf{T}_{01}^3(0)).$ Отметим, что группа автоморфизмов алгебры состоит из матриц вида

$$\varphi=\begin{pmatrix} x & 0 & 0\\ y & x^2 & 0\\ z & xy & x^3\end{pmatrix}\in \mathrm{Aut}(\mathbf{T}_{01}^3(0)),$$

и имеем

$$\varphi^T\begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2\\ 0 & \alpha_2+\frac{1}{3}\alpha_3 & \alpha_4\\ \alpha_3 & 0 & 0\end{pmatrix}\varphi=\begin{pmatrix} \alpha^* & \alpha_1^* & \alpha_2^*\\ \alpha^{**} & \alpha_2^*+\frac{1}{3}\alpha_3^* & \alpha_4^*\\ \alpha_3^* & 0 & 0\end{pmatrix},$$

где $\alpha_1^*=x^3\alpha_1+x^2y(2\alpha_2+\frac{1}{3}\alpha_3)+xy^2\alpha_4,\ \alpha_2^*=x^4\alpha_2+x^3y\alpha_4,\ \alpha_3^*=x^4\alpha_3,\ \alpha_4^*=x^5\alpha_4.$

Случай 1. Пусть $\alpha_4 = 0$.

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

(a) если $\alpha_3 \neq 0$, $\alpha_2 \neq -\frac{1}{6}\alpha_3,$ то выбирая $y = \frac{3x\alpha_1}{6\alpha_2 + \alpha_3}$, имеем $\langle \alpha C_2 + C_3 \rangle,$ и получаем алгебру $\mathrm{T}^4_{05}(0,\alpha)$ при $\alpha \neq -\frac{1}{6}$.

(b) если $\alpha_3 \neq 0$, $\alpha_2 = -\frac{1}{6}\alpha_3,$ тогда имеем орбиты $\langle -\frac{1}{6}C_2 + C_3 \rangle$ и $\langle C_1 - \frac{1}{6}C_2 + C_3 \rangle,$ зависящиеся от $\alpha_1 = 0$ или нет, затем получаем алгебры $\mathrm{T}^4_{05}(0,-\frac{1}{6}),\ \mathrm{T}^4_{06}(-\frac{1}{6})$.

(c) если $\alpha_3 = 0$, тогда $\alpha_2 \neq 0$, и выбирая $y = -\frac{x\alpha_1}{2\alpha_2},$ получим орбиту $\langle C_2 \rangle$ и имеем алгебру $\mathrm{T}^4_{07}(0)$.

Случай 2. Пусть $\alpha_4 \neq 0$, то взяв $y = -\frac{x\alpha_2}{\alpha_4},$ получим орбиты $\langle C_4 \rangle,$ $\langle C_1 + C_4 \rangle,$ $\langle \alpha C_1 + C_3 + C_4 \rangle$ и алгебры $\mathrm{T}^4_{08},\ \mathrm{T}^4_{09},\ \mathrm{T}^4_{10}(\alpha)$ зависящиеся от $\alpha_3 = 0$ и $3\alpha_1\alpha_4 - 3\alpha_2^2 - \alpha_2\alpha_3 = 0$ или нет. $\blacksquare$

В следующей теореме приводим классификацию пятимерных однопорожденных терминальных алгебр полученных двумерным центральным расширением трехмерных алгебр.

Теорема 2. Двумерное центральное расширение алгебр $\mathrm{T}^3_{01},\ \mathrm{T}^3_{02}(\lambda)$ изоморфны одной из следующих попарно неизоморфных алгебр:

T^5_{01}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = e_4,\ e_2e_1 = e_5,$

$\mathrm{T}^5_{02}(\alpha)$: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = \alpha e_5,\ e_2e_1 = e_4,\ e_2e_2 = e_5,\ e_3e_1 = -3e_5,$

T^5_{03}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = e_4,\ e_2e_2 = e_5,\ e_3e_1 = -3e_5,$

T^5_{04}: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = e_3,\ e_1e_3 = e_4,\ e_2e_1 = e_4,\ e_2e_2 = e_5,\ e_3e_1 = -3e_5.$

$\mathrm{T}^5_{05}(\lambda)$: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3 + e_4,\ e_1e_3 = e_5,\ e_2e_1 = e_3,\ e_2e_2 = e_5,$

$\mathrm{T}^5_{06}(\lambda,\alpha)$: $e_1e_1 = e_2,\ e_1e_2 = \lambda e_3 + e_4,\ e_1e_3 = \alpha e_5,\ e_2e_1 = e_3,$

© 2023, CAJOTAS, Central Asian Studies, All Rights Reserved

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

$e_2e_2 = \left(\alpha + \frac{1-\lambda}{3}\right)e_5$, $e_3e_1 = e_5$,

$T^5_{07}(\lambda)$: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = \lambda e_3$, $e_1e_3 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_4 + \frac{1-\lambda}{3}e_5$, $e_3e_1 = e_5$,

$T^5_{08}(\lambda)$: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = \lambda e_3 + e_5$, $e_1e_3 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_4 + \frac{1-\lambda}{3}e_5$, $e_3e_1 = e_5$,

T^5_{09}: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_3 = e_5$,

T^5_{10}: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_5$, $e_2e_3 = e_5$, $e_3e_1 = 3e_5$,

T^5_{11}: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_3 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_4$, $e_2e_3 = e_5$,

T^5_{12}: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = e_5$, $e_1e_3 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_4$, $e_2e_3 = e_5$,

$T^5_{13}(\alpha)$: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_2 = \alpha e_5$, $e_1e_3 = e_4$, $e_2e_1 = e_3$, $e_2e_2 = e_4 + e_5$, $e_2e_3 = e_5$, $e_3e_1 = 3e_4$,

$T^5_{14}(\alpha)$: $e_1e_1 = e_2$, $e_1e_3 = \alpha e_4$, $e_2e_1 = e_3$.

Доказательство. Определим двумерное центральное расширение T^3_{01}. Рассмотрим векторное пространство, порожденное следующими двумя коциклами:

$$\theta_1 = \alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \alpha_3 C_3,\ \ \theta_2 = \beta_1 C_1 + \beta_2 C_2.$$

Пользуясь действиями автоморфизмов в пространстве вторых групп когомологий приведенных в доказательстве Теоремы 3.1.1 имеем

$\alpha_1^* = x^4\alpha_1$, $\alpha_2^* = x^2(x\alpha_2 - 2y\alpha_3)$, $\alpha_3^* = x^4\alpha_3$,

$\beta_1^* = x^4\beta_1$, $\beta_2^* = x^3\beta_2$.

Случай 1. Пусть $\alpha_3 = 0$, тогда $\alpha_2 \neq 0$ и можно получить $\langle C_1, C_2\rangle$ и алгебру T^5_{01}.

Случай 2. Пусть $\alpha_3 \neq 0$.

(a) если $\beta_1 = 0$, тогда имеем орбиты $\langle C_2, \alpha C_1 + C_3\rangle$ и получаем алгебру $T^5_{02}(\alpha)$.

(b) если $\beta_1 \neq 0$, то получим орбиты $\langle C_1, C_3\rangle$, и $\langle C_1 + C_2, C_3\rangle$ зависящиеся от β_2=0 или нет. Следовательно, имеем алгебры T^5_{03}, T^5_{04}.

© 2023, CAJOTAS, Central Asian Studies, All Rights Reserved

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Далее исследуем двумерное центральное расширение алгебры $T_{02}^3(\lambda)_{\lambda\neq 0}$. Рассмотрим векторное пространство порожденное следующими двумя коциклами:

$$\theta_1 = \alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \alpha_3 C_3,\ \theta_2 = \beta_1 C_1 + \beta_2 C_2.$$

Пользуясь действиями автоморфизмов в пространстве вторых групп когомологий приведенных в доказательстве Теоремы 3.1.1 имеем

$$\alpha_1^* = x^3\alpha_1 + x^2 y(2\alpha_2 - \frac{2\lambda^2 + 5\lambda - 1}{3}\alpha_3), \qquad \alpha_2^* = x^4\alpha_2, \qquad \alpha_3^* = x^4\alpha_3,$$

$$\beta_1^* = x^3\beta_1 + 2x^2 y\beta_2, \qquad \beta_2^* = x^4\beta_2.$$

Случай 1. Если $\alpha_3 = 0$, тогда $\alpha_2 \neq 0$ и получим $\langle C_1, C_2\rangle$ и алгебру $T_{05}^5(\lambda)$.

Случай 2. Пусть $\alpha_3 \neq 0$.

(a) если $\beta_2 =0$, тогда имеем представители $\langle C_1, \alpha C_2 + C_3\rangle$ и мы получаем алгебру $T_{06}^5(\lambda, \alpha)$.

(b) если $\beta_2 \neq 0$, тогда выбрав $y = -\frac{x\beta_1}{2\beta_2}$, получим орбиты $\langle C_2, C_3\rangle$ и $\langle C_2, C_1 + C_3\rangle$ зависящиеся от $\alpha_1^* = 0$ или нет. Таким образом, имеем алгебры $T_{07}^5(\lambda)$, $T_{08}^5(\lambda)$.

При изучении центрального расширения алгебры $T_{02}^3(0)$ аналогичным образом для двух коциклов

$$\theta_1 = \alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \alpha_3 C_3 + \alpha_4 C_4,\ \theta_2 = \beta_1 C_1 + \beta_2 C_2 + \beta_3 C_3,$$

получим следующие соотношения:

$$\alpha_1^* = x^3\alpha_1 + x^2 y(2\alpha_2 + \frac{1}{3}\alpha_3) + xy^2\alpha_4, \quad \alpha_2^* = x^4\alpha_2 + x^3 y\alpha_4, \quad \alpha_3^* = x^4\alpha_3, \quad \alpha_4^* = x^5\alpha_4,$$

$$\beta_1^* = x^3\beta_1 + x^2 y(2\beta_2 + \frac{1}{3}\beta_3), \qquad \beta_2^* = x^4\beta_2, \qquad \beta_3^* = x^4\beta_3.$$

Случай 1. Пусть $\alpha_4 = 0$, то пологая $\beta_3 = 0$, аналогично центрального расширения алгебры $T_{02}^3(\lambda)_{\lambda\neq 0}$ получим те же алгебры $T_{05}^5(\lambda)$, $T_{06}^5(\lambda, \alpha)$, $T_{07}^5(\lambda)$, $T_{08}^5(\lambda)$ при $\lambda=0$.

Случай 2. Пусть $\alpha_4 \neq 0$.

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED SCIENCES
Volume: 04 Issue: 12 | Dec 2023, ISSN: 2660-5317

(a) если $\beta_3 = \beta_2 = 0$, то пологая $y = -\dfrac{x\alpha_2}{\alpha_4}$, получим орбиты $\langle C_1, C_4\rangle$, $\langle C_1, 3C_3 + C_4\rangle$ зависящиеся от $\alpha_3 = 0$ или нет и алгебры T^5_{09}, T^5_{10}.

(b) если $\beta_3 = 0$, $\beta_2 \neq 0$, то взяв $y = -\dfrac{x\beta_1}{2\beta_2}$, имеем представители $\langle C_2, C_4\rangle$, $\langle C_2, C_1 + C_4\rangle$, $\langle C_2, \alpha C_1 + 3C_3 + C_4\rangle$ зависящие от $\alpha_1^* = 0$, $\alpha_3^* = 0$ или нет. Следовательно, получим алгебры T^5_{11}, T^5_{12}, $T^5_{13}(\alpha)$.

(c) если $\beta_3 \neq 0$, то можно пологать $\alpha_3 = 0$ и выбирая $y = -\dfrac{x\alpha_2}{\alpha_4}$, получим $\alpha_2^* = 0$ и имеем следующие представители:

$$\langle \alpha C_2 + 3C_3, C_4\rangle,\ \langle C_1 + \alpha C_2 + 3C_3, C_4\rangle,\ \langle \beta C_1 + \alpha C_2 + 3C_3, C_1 + C_4\rangle.$$

Таким образом, получим алгебры $T^5_{14}(\alpha)$, $T^5_{15}(\alpha)$, $T^5_{16}(\alpha, \beta)$. $\blacksquare$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ayupov Sh.A., Omirov B.A., On some classes of nilpotent Leibniz algebras.// Siberian Mathematical Journal. 2001. Vol. 42(1). P. 15-24.

2. Adashev J., Camacho L., Omirov B. Central extensions of null-filiform and naturally graded filiform non-Lie Leibniz algebras.// Journal of Algebra. 2017. Vol. 479. P. 461-486.

3. Kaygorodov I., Khudoyberdiyev A.Kh., Sattarov A.M., One-generated nilpotent terminal algebras // Communications in Algebra, 2020, 48 (10), p. 4355-4390. (№ 3, IF=0.68).

4. Худойбердиев А.Х., Абдурасулов К.К., Саттаров А.М. Описание алгебр второго уровня в многообразии комплексных конечномерных нильпотентных алгебр Лейбница // ЎзМУ хабарлари, 2016, № 34, с. 61-67. (01.00.00; № 8).

5. Khudoyberdiyev A.Kh., Sattarov A. M.// On Leibniz-derivation of order k of the nilpotent Leibniz algebras // Bulletin of the Institute of Mathematics, 2018, № 2, p.32-39. (01.00.00; № 17).

© 2023, CAJOTAS, Central Asian Studies, All Rights Reserved

Copyright (c) 2023 Author (s). This is an open-access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC BY).To view a copy of this license, visit https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/