



CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED SCIENCES

Volume: 02 Issue: 05 | May 2021 ISSN: 2660-5317

ОБ ИССЛЕДОВАНИЯ СПЕКТРОВ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕНКИ ПЛАСТИН В МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Сафаров Исмаил Ибрагимович

проф. Физико математических наук.

Ташкентской институт химии- технологии. Узбекистан. г.Ташкент.

E-mail safarov54@mail.ru

Эсанов Нуриддин Курбонович

Преподаватель Бухарского государственного университета. Узбекистан г.Бухара.

E-mail: esanov-7373@mail.ru

Алмуратов Шавкат Нарпулатович

Преподаватель Термезского государственного университета. Узбекистан г.Термез.

E-mail: almuratovsh@tersu.uz

Safarov Ismail Ibragimovich

prof: Institute of Chemistry and Technology, Tashkent, Republic of Uzbekistan

E-mail safarov54@mail.ru.

Esanov Nuriddin Qurbanovich

Teacher of Bukhara State University. Bukhara. Republic of Uzbekistan.

E-mail: esanov-7373@mail.ru

Almuratov Shavkat Narpulatovich

Teacher of Termez State University. Termez, Uzbekistan, Email: almuratovsh@tersu.uz

Received 29th April 2021, Accepted 15th May 2021, Online 19th May 2021

Annotation: В работе рассматривается задачи собственных колебаний вязкоупругих пластин с различными краевыми условиями в магнитных полях.

Целью работы является изучение колебаний тонкостенных элементов конструкций в магнитном поле: расчет спектров собственных частот и коэффициентов демпфирования колебаний прямоугольных вязкоупруги пластин с различными условиями закрепления краев, а также исследование влияния индукции поперечного и продольного магнитного поля на значения собственных частот и коэффициентов демпфирования, а также их распределение. Обоснованность и достоверность результатов работы обеспечивается корректной постановкой

задач, применением методов прикладных математики, современных программных средств и сравнением полученных результатов с результатами, приведенными в научных публикациях. Для расчетов используются математические пакеты MATLAB, программная среда MAPLE-18.

В работе впервые получены аналитические решения для расчета комплексных частот колебаний вязкоупругих пластин с различной комбинацией краевых условий. Проведен численный анализ колебаний прямоугольных вязкоупругих пластин с различными условиями закрепления краев, исследовано влияние поперечного и продольного магнитного поля на спектр комплексных частот. Обнаружены новые эффекты, которые оказывает магнитное поле, на распределение собственных частот и коэффициент демпфирования элементов пластинчатых конструкций.

Ключевые слова: собственные колебания, пластина, магнитные поля, тонкостенных элементов, коэффициент демпфирования, индукция.

1. Введение

Развитие современной техники тесно связано с теоретическими и прикладными проблемами взаимодействия различных тел и полей [1,2]. Проблемы взаимодействия являются основополагающими и задачах движения упругого деформируемого электропроводящего тела в магнитном поле [3,4,5]. Создание оптимальных конструкций во многих областях современной техники связано с вопросами широкого использования конструктивных элементов типа тонкостенных оболочек и пластин, на упругие колебания которых существенное влияние оказывают магнитные поля [6,7]. Данная картина взаимодействия упругих и электромагнитных явлений довольно сложна и ее можно рассматривать на основе анализа совместной системы уравнений движения упругой среды и уравнений электромагнитного поля.

Задачам колебаний тонкостенных элементов конструкций в магнитных полях посвящено достаточно большое количество публикаций, однако остается не полностью исследованным вопрос о влиянии магнитных полей на весь комплекс частот [8,9]. На основании выведенных аналитических соотношений разработан программный комплекс для проектирования и расчета динамических характеристик упругих пластин в магнитных полях. В статье используются основные гипотезы и уравнения колебаний упругих пластин в магнитном поле.

2. Постановка задачи и основные соотношения

Пусть прямоугольных пластин с различными краевыми условиями колеблется в магнитных полях (с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(0,0,B_3)$) (рисунок 1).

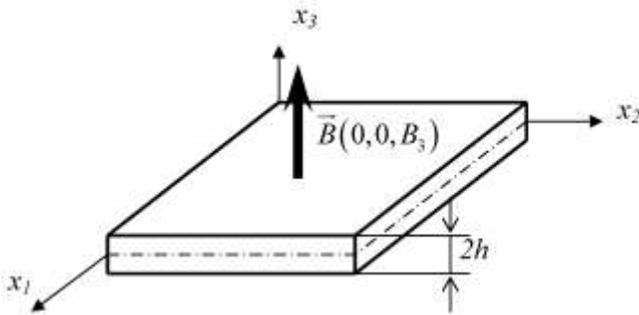


Рисунок 1 Прямоугольная пластина во внешнем поперечном магнитном поле с вектором магнитной индукции $\vec{B}(0,0,B_3)$

Геометрические параметры и вектор магнитной индукции \vec{B} приведена на рисунке 1.

Уравнение колебаний пластины в магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции \vec{B} имеет вид

$$\Delta(D(1-\Gamma^g)\Delta w_\kappa) - (1-\nu) \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(D(1-\Gamma^g) \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left(D(1-\Gamma^g) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left(D(1-\Gamma^g) \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \right] + 2\rho h \frac{\partial^2 w_\kappa}{\partial t^2} + M_\kappa \Delta w_\kappa = 0, \kappa=1,2$$

(1)

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; μ - магнитная проницаемость; коэффициент Пуассона ν ; E - модуль

упругости; ρ - плотность материала пластины; h - толщина пластинки; Γ^g - интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$:

$\Gamma^g f(t) = \int_0^t R(t-\tau) f(\tau) d\tau$; t - время наблюдения; τ - предшествующее моменту наблюдения

время, $f(t)$ - произвольная функция времени [10,11], При $\kappa=1$, $M_1 = \frac{h(\mu-1)}{4\pi\mu} \cdot B_3^2$, а при $\kappa=2$, $M_2 =$

$$\frac{1}{2\pi} \left(h + \frac{1}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \right) \cdot B_1^2, \Delta w_2 = \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_1^2}.$$

Если толщина h однородной пластины постоянная и реологические свойства материалов пластины не зависят от координаты x_1, x_2 (цилиндрическая жесткость $D = \text{const}$), то уравнение колебаний (1) принимает форму

$$D(1-\Gamma^g)\Delta w_\kappa + 2\rho h \frac{\partial^2 w_\kappa}{\partial t^2} + M_\kappa \Delta w_\kappa = 0, \kappa=1,2 \quad (2)$$

Если прямоугольных пластин колеблются в продольном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции \vec{B} существуют одно компонента B_1 , ($\vec{B}(B_1,0,0)$) тогда в уравнение колебаний вязкоупругих пластины (2) используется выражение M_2 . А также при поперечном прямоугольных пластин в поперечном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(0,0,B_3)$ в уравнение (1) используется M_1 .

Пусть пластинка шарнирно опертых по контуру $x_1=0, x_1=a$ и $x_2=0, x_2=a$

$$\begin{aligned} w_k = \frac{\partial^2 w_k}{\partial x_1^2} = 0 \text{ при } x_1=0, x_1=a, \\ w_k = \frac{\partial^2 w_k}{\partial x_1^2} = 0 \text{ при } x_2=0, x_2=a, \end{aligned} \quad (3)$$

или других условий : $x_1=0, x_1=a: w_k = \frac{\partial w_k}{\partial x_1} = 0,$

$$x_2=0, x_2=a: \frac{\partial^2 w_k}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 w_k}{\partial x_2^2} = 0, \frac{\partial^3 w_k}{\partial x_1^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w_k}{\partial x_1 \partial x_2^2} = 0. \quad (4)$$

3. Методыки решения

Для интегрального члена $\Gamma^g f(t) = \int_0^t R(t-\tau) f(\tau) d\tau$ применяется метод замораживание, тогда принимает следующий вид

$$\Gamma^g f(t) = (\Gamma^c(\omega_R) + i\Gamma^s(\omega_R)) f(t),$$

$$\text{где } \Gamma^c(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau, \Gamma^s(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau.$$

При собственных колебаниях прогиб w_k представится в виде

$$w_k = W(x_1, x_2) e^{-i\omega t},$$

где $W(x_1, x_2)$ -амплитуды прогибы пластины, $\omega = \omega_R + i\omega_I$ комплексная собственная частота. Тогда уравнение(2) принимает следующий вид

$$\bar{D} \Delta \Delta W_k + M_k \Delta W_k - 2\rho h W_k = 0, \bar{D} = D(1 - \Gamma^c(\omega_R) - i\Gamma^s(\omega_R)). \quad (5)$$

Для решение (5) применяется асимптотического метода В.В. Болотина (АМБ) позволяет рассмотреть задачи колебаний вязкоупругих пластин с различными краевыми условиями и распределение комплексных собственных частот колебаний пологих оболочек в магнитных полях. В первой задаче рассмотрим колебаний пластин в поперечном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(0,0,B_3)$.

С использованием асимптотического метода В.В. Болотина получено выражение для собственных частот магнитоупругих колебаний пластины

$$\Omega^2 = R_{\mu}^2 ((1 - \Gamma^c)^2 + (\Gamma^s)^2) e^{2i\varphi};$$

$$\varphi = \arctg \frac{\Gamma^s}{1 - \Gamma^c}$$

$$R_{\mu}^2 = (k_1^2 + k_2^2) \left[(k_1^2 + k_2^2) - \frac{h(\mu - 1)}{4\pi\mu \cdot D} \cdot B_3^2 \right] \left(\frac{D}{2 \cdot \rho \cdot h} \right)$$

$$\Gamma^c(\omega) = \int_0^{\infty} R(\tau) \cdot \cos \omega \tau d\tau \quad ; \quad \Gamma^s(\omega) = \int_0^{\infty} R(\tau) \sin \omega \tau d\tau, \quad R(t) = A e^{-\beta t} / t^{1-\alpha}$$

Для определения чисел k_1 и k_2 (так называемый волновых чисел) для вязкоупругих пластин используется метод В.В. Болотина. При этом эти числа считаются действительной положительной величиной. В общем случае эти величины могут быть комплексными. Затем согласно асимптотического метода В.В. Болотина следует воспользоваться общей процедурой условий стыковки решений (с учетом различными типами закрепления краев) [12]

$$\begin{aligned} k_1 a_1 - m_1 \pi &= \arctg U_{11}(k_1, k_2) + \arctg U_{12}(k_1, k_2), \\ k_2 a_2 - m_2 \pi &= \arctg U_{21}(k_1, k_2) + \arctg U_{22}(k_1, k_2), \end{aligned} \quad (6)$$

где $(m_1, m_2) \in B$, B -множество целых чисел, a_1, a_2 - положительная величина, зависящий от краевых условий, $U_{11}(k_1, k_2)$ - формы колебаний упругих пластин.

Во второй задаче рассмотрим колебаний прямоугольных пластин в продольном магнитном поле с заданным вектором магнитной индукции $\vec{B}(B_1, 0, 0)$.

Уравнение колебаний пластины при $k=2$ имеет вид

$$D \Delta \Delta w_2 + 2\rho h \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} - \frac{1}{2\pi} \left(h + \frac{1}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \right) \cdot B_1^2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x_1^2} = 0$$

С использованием асимптотического метода В.В. Болотина получено выражение для собственных частот магнитоупругих колебаний пластины

$$\Omega^2 = R_{\mu 2}^2 ((1 - \Gamma^c)^2 + (\Gamma^s)^2) e^{2i\varphi};$$

$$\varphi = \arctg \frac{\Gamma^s}{1 - \Gamma^c},$$

$$R_{\mu 2}^2 = \left[(k_1^2 + k_2^2)^2 + \frac{1}{2\pi D} \left(h + \frac{1}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} \right) B_1^2 k_1^2 \right] \left(\frac{D}{2 \cdot \rho \cdot h} \right)$$

Как и в случае поперечного магнитного поля, для определения волновых чисел k_1 и k_2 для пластин с различными типами закрепления краев согласно асимптотического метода В.В. Болотина будем пользоваться общей процедурой условий стыковки решений [12] (6).

Построив систему трансцендентных уравнений для определения неизвестных так называемых волновых чисел, можно произвести расчет спектров комплексных частот колебаний пластин в поперечном магнитном поле с любой комбинацией краевых условий. Трансцендентный алгебраических уравнений с комплексно входящим параметром решается численно- методом Мюллера.

4. Численные результаты

Собственные частоты определялись для квадратных вязкоупругих пластин, изготовленных из алюминия (плотность $\rho=2700 \text{ кг/м}^3$, магнитная проницаемость $\mu=1+1,5 \cdot 10^{-5}$, модуль упругости $E=65 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\nu=0,25$) при различных значениях индукции поперечного магнитного поля, а также реологические свойства материалов $A=0,048$; $\beta=0,05$; $\alpha=0,1$. При анализе спектров частот колебаний вязкоупругих пластин с различными краевыми условиями получено, что поперечное магнитное поле понижает реальные и мнимые части собственные частоты колебаний пластин. Более резкое уменьшение реальные (и мнимые) части частот с ростом индукции магнитного поля наблюдается у шарнирно

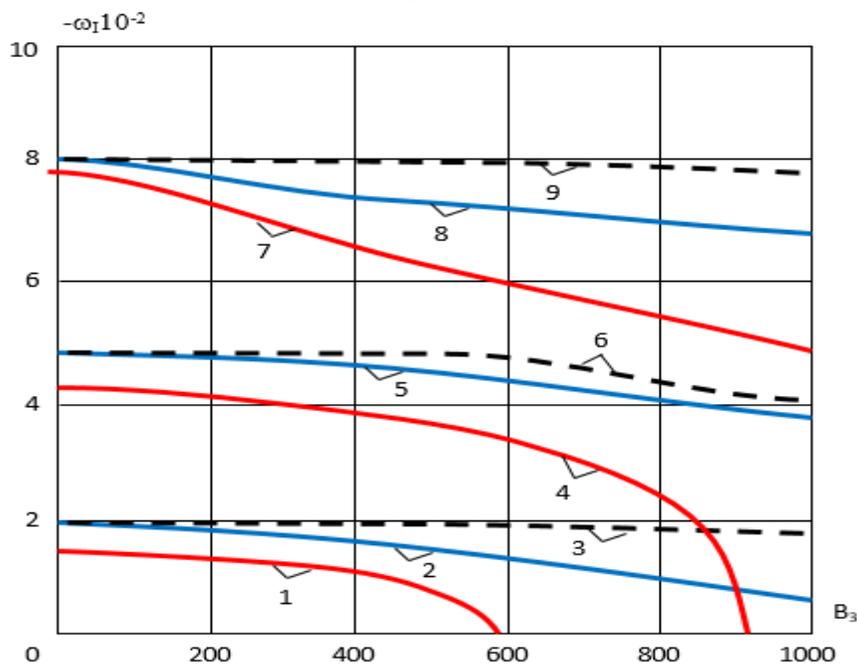


Рис. 2 Влияние индукции поперечного магнитного поля на собственные частоты колебаний квадратной шарнирно опертой пластины при различных значениях относительной толщины пластины $2h/a$

$$(1-\omega_{111}^I, 2-\omega_{112}^I, 3-\omega_{122}^I-2h/a=1,5\cdot 10^{-2}, 4-\omega_{111}^{II}, 5-\omega_{112}^{II}, 6-\omega_{122}^{II}-2h/a=1\cdot 10^{-2}, \\ 6-\omega_{111}^{III}, 7-\omega_{112}^{III}, 8-\omega_{122}^{III}-2h/a=1,0\cdot 10^{-3})$$

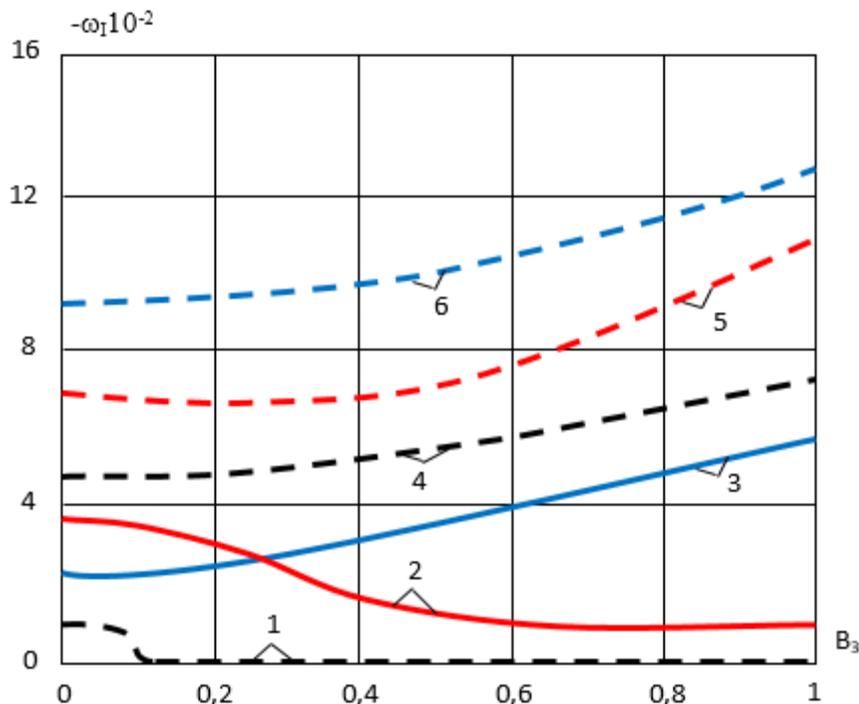


Рис. 3 Зависимости безразмерных частот консольной и шарнирно опертой квадратной пластины с параметрами

$$2h = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м, } a_1 = a_2 = 0,2 \text{ м}$$

$$(1-\omega_{111}^I-2h/a=1,5\cdot 10^{-4}, 2-\omega_{111}^K-2h/a=1\cdot 10^{-4},$$

$$3-\omega_{111}^K-2h/a=1,5\cdot 10^{-3}, 4-\omega_{111}^I=2h/a=1,5\cdot 10^{-3}, 5-\omega_{111}^I=2h/a=1,5\cdot 10^{-2} \quad 6-\omega_{111}^I-2h/a=1,0\cdot 10^{-1})$$

Шарнирно опертых вязкоупругих пластин, а также пластин с комбинированными условиями закрепления краев. Более плавное – уменьшение собственных частот и коэффициентов демпфирования у жестко защемленных и консольных вязкоупругих пластин.

Для консольной вязкоупругой пластины наблюдается незначительное увеличение реальные и мнимые части первой собственной частоты с ростом индукции поперечного магнитного поля. Причем, чем тоньше пластина, тем более снижающее влияние на реальные и мнимые части частоты колебаний оказывает поперечное магнитное поле (рис.2), что соответствует опубликованным в литературе результатам других авторов. Построив систему трансцендентных уравнений для определения волновых чисел, можно произвести расчет спектров частот колебаний пластин в продольном магнитном поле с любыми краевыми условиями.

Собственные частоты определялись для квадратных пластин, изготовленных из алюминия, с различными условиями закрепления при различных значениях индукции продольного магнитного поля.

При анализе спектров комплексных частот колебаний вязкоупругих пластин с различными краевыми условиями получено, что продольное магнитное поле повышает реальные и мнимые части частоты колебаний шарнирно опертой (пунктирные линии на рис.3) и заземленной вязкоупругой пластин.

Для консольной пластины продольное магнитное поле понижает некоторые реальные и мнимые части частоты (сплошные линии на рис. 3).

5.Заклучения

1. Построены с применением асимптотического метода В.В. Болотина решения типа динамических краевых эффектов для прямоугольных вязкоупругих пластин с произвольной комбинацией условий закрепления краев в поперечном и продольном магнитном поле.

2. Произведен расчет спектров комплексных собственных частот колебаний вязкоупругих пластин с различными условиями закрепления краев в продольном и поперечном магнитном поле. Установлено, что поперечное магнитное поле понижает реальные и мнимые части комплексной частоты колебаний пластин, а продольное магнитное поле повышает реальные и мнимые части комплексной частоты колебаний.

3. Получены асимптотические оценки для плотности реальные и мнимые части комплексных частот, для оценки влияния магнитных полей на весь спектр собственных частот (реальные части комплексных частот) и коэффициента демпфирования (мнимые части комплексных частот) колебаний пластин. Основное влияние поперечное и продольное магнитные поля оказывают на низшие собственные частоты и коэффициента демпфирования колебаний.

В области высоких частот (реальные части комплексных частот) асимптотическая плотность стремится к плотности частот колебаний упругих пластин в вакууме (плотности Куранта).

Литература:

1. Коробков Ю.С., Красова Н.С., Хроматов В.Е. Влияние магнитного поля на спектры частот колебаний прямоугольных пластин // Электротехника. 2007. №4. С. 30-34.
2. Flugge W. Stresses in shells. – Berlin etc., 1967.
3. Moon F.C. Magneto-solid mechanics. – N.-Y., 1984.
4. Newmark N.M. A method of Computation for Structural Dynamics // J. End. Mech. Div. Proc. ASCE. – 1959. – Vol. 85, № 7. – P. 67–97.
5. Truesdeil C., Noll W. The nonlinear field theories // Haudthuch der Physik Ed. S. F. Lugge. – 1960. – Vol. 3/3. P. 1–602.
6. Мольченко Л.В., Лоос И.И., Федорченко Л.Н. Осесимметричное магнитоупругое деформирование гибкой ортотропной кольцевой пластины с учетом ортотропной электропроводности // Прикл. механика. – 2013. – Т. 49, №3. – С. 82-88.
7. Мольченко Л.В., Лоос И.И. Напряженное состояние гибкой ортотропной сферической оболочки в магнитном поле при воздействии внешнего тока и магнитного поля // Прикл. механика. – 2013. – Т. 49, №5. – С. 34-39.

8. Най Дж. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. – М., 1967.
9. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. – М., 1986.
10. Григоренко Я.М., Мольченко Л.В. Основы теории пластин и оболочек с элементами магнитоупругости (укр): учебник.-К:ИПЦ «Киевский университет», 2010.
11. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость //Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5т. – Киев, 1989.– Т. 5.
12. Гузь А.Н., Махорт Ф.Г. Акустоэлектромагнитоупругость //Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. – К., 1988.– Т. 3
13. Safarov I.I., Axmedov M.Sh. Free Oscillations of a Viscoelastic Toroidal Thin Shell with a Flowing Liquid. International Journal of Emerging Engineering Research and Technology. Volume 6, Issue 1, 2018, PP 1-14.
14. Safarov I.I., Boltaev Z.I. Propagation of Natural Waves on Plates of a Variable Cross Section. Open Access Library Journal 2018, Volume 5, e4262, PP 1-29. <https://doi.org/10.4236/oalib.1104262>
15. Safarov I.I., Boltaev Z.I. Methods for Assessing the Seismic Resistance of Subterranean Hydro Structures Under the Influence of Seismic Waves. American Journal of Physics and Applications. 2018; 6(2): PP 51-62. doi: 10.11648/j.ajpa.20180602.14. <http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ajpa>
16. Safarov I. I., Kuldashov N.U., Boltaev Z.I. Oscillations and Waves in a Layered Homogeneous Viscoelastic Medium. International Journal of Emerging Engineering Research and Technology . Volume 6, Issue 3, 2018, PP 27-32.
17. Safarov I. I., Teshayev M.Kh, Ruziyev T.R. Methods for Assessing the Seismic Resistance of Subterranean Hydro Structures under the Influence of Seismic Waves. World Wide Journal of Multidisciplinary Research and Development (WWJMRD) 2018; 4(1): 128-139. *Impact Factor MJIF: 4.25.* www.wwjmr.com